Exo de dimanche - trigo

1. Soit $x \in \mathbb{R}$

$\underline{\sin(5x) + \sin(x)}$

$= 2 \sin\left(\dfrac{5x+x}{2}\right) \cos\left(\dfrac{5x-x}{2}\right)$ ✓

$= 2 \sin(3x) \cos(2x)$ ✓

$\boxed{\sin(5x) + \sin(x) = 2\sin(3x)\cos(2x)}$ Bien.

2. Soit $x \in \mathbb{R}$

$\sin(5x) + \sin(x) + 2\sin^2(x) = 1$

⚠ $\Leftrightarrow 2\sin(3x)\cos(2x) + 2 \times \dfrac{1 - \cos(2x)}{2} = 1$ Oui !

$\Leftrightarrow 2\sin(3x)\cos(2x) + 1 - \cos(2x) = 1$

$\Leftrightarrow 2\sin(3x)\cos(2x) = \cos(2x)$ ✓

$\Leftrightarrow 2\sin(3x) = 1$ OU   cos(2x) = 0 !!

$\Leftrightarrow \sin(3x) = \dfrac{1}{2}$

Non $\boxed{\forall} k \in \mathbb{N}$

⇒ $\overset{\cdots}{} 3x = \dfrac{5\pi}{6} + 2k\pi$ ou $3x = \dfrac{\pi}{6} + 2k\pi$ ✓

$\Rightarrow x = \dfrac{5\pi}{18} + \dfrac{2}{3}k\pi$ ou $x = \dfrac{\pi}{18} + \dfrac{2}{3}k\pi$ ✓

$\boxed{S = \left\{ \dfrac{5\pi}{18} + \dfrac{2}{3}k\pi \; ; \; \dfrac{\pi}{18} + \dfrac{2}{3}k\pi \right\}}$ Ok !