

## Exercice Automne 08

### Bijection

Soit  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$   
 $x \mapsto 4 - (x + 1)^2$ .

1. La fonction  $f$  est-elle injective? Surjective? Justifier.
2. Déterminer  $f(\mathbb{R})$ ,  $f(\mathbb{R}_*)$ ,  $f([0; 1])$ .
3. Déterminer  $f^{-1}(\mathbb{R})$ ,  $f^{-1}(\mathbb{R}_*)$ ,  $f^{-1}([0; 1])$ .
4. Montrer que  $f$  définit une bijection sur  $I = [-1; +\infty[$  dans un intervalle  $J$  à préciser. On note  $\varphi$  la restriction de  $f$  de  $I$  dans  $J$ .
5. Calculer  $\varphi^{-1}$ .