

Vacances Maths 03.

1. Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ et tout $p \in [1; n]$

On a :

$$p \binom{n}{p} = n \binom{n-1}{p-1}$$

$$\Leftrightarrow \binom{n}{p} = \frac{n}{p} \binom{n-1}{p-1}$$

$$\text{On a : } \binom{n-1}{p-1} = \frac{(n-1)!}{(p-1)!((n-1)-(p-1))!} \quad \checkmark$$

$$= \frac{(n-1)!}{(p-1)!(n-p)!} \quad \checkmark$$

$$\text{Donc } \frac{n}{p} \binom{n-1}{p-1} = \frac{n \cdot (n-1)!}{p \cdot (p-1)!(n-p)!} \quad \checkmark$$

$$= \frac{n!}{p!(n-p)!} \quad \checkmark$$

$$= \binom{n}{p} \quad \text{Très bien !}$$

$$\binom{n}{p} = \binom{n}{p}$$

$$2. \quad \sum_{p=1}^n p \binom{n}{p} = \sum_{p=1}^n n \binom{n-1}{p-1} \quad \text{Oui}$$

$$= n \sum_{p=1}^n \binom{n-1}{p-1} \quad \checkmark$$

Posons $k = p - 1$, on a :

$$\dots = n \sum_{k=0}^{n-1} \binom{n-1}{k} \quad \text{Bien !}$$

Il ne te manque pas grand chose, cf corrigé.