Fonctions usuelles :

$$f : x \longmapsto \arcsin\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)$$

1 _ Soit $\forall x \in \mathbb{R}$; $x \in D_f \Leftrightarrow \begin{cases} -1 \leq \frac{2x}{1+x^2} \leq 1 \\ 1 + x^2 \neq 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow x^2 \neq -1$ Faux

$\Leftrightarrow x \neq 1$ ou $x \neq -1$

donc : $D_f =]-\infty ; -1[\cup]-1 ; 1[\cup]1 ; +\infty[$

A reprendre

2 _ $D_{f'}$?? $=$ $D_f =]-\infty ; -1[\cup]-1 ; 1[\cup]1 ; +\infty[$

3 _ $\forall x \in]1 ; +\infty[$, on a f est dérivable donc :

$$f'(x) = \left(\arcsin\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)\right)'$$

$f'(x) =$

$$f'(x) = \left(\arcsin\cancel{'}\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)\right)'$$

$$= \frac{\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)'}{\sqrt{1-\left(\frac{2x}{1+x^2}\right)^2}}$$ ✓

$$= \frac{\frac{(2x)'(1+x^2)-(1+x^2)'\,2x}{(1+x^2)^2}}{\sqrt{1-\frac{4x^2}{(1+x^2)^2}}}$$

$$= \left(\frac{\frac{2(1+x^2)-4x}{(1+x^2)^2}}{\sqrt{1-\frac{4x^2}{(1+x^2)^2}}}\right)^{2}$$???

$$= \frac{\left(\frac{2(1+x^2)-4x}{(1+x^2)^2}\right)^2}{1-\frac{4x^2}{(1+x^2)^2}}$$

$$= \frac{\dfrac{(2x)'(1+x^2) - (1+x^2)'\,2x}{(1+x^2)^2}}{\sqrt{1 - \dfrac{4x^2}{(1+x^2)^2}}}$$

$$= \left(\frac{\dfrac{2(1+x^2) - 4x}{(1+x^2)^2}}{\sqrt{1 - \dfrac{4x^2}{(1+x^2)^2}}} \right)^{2}$$???

A bien reprendre.

$$= \frac{\left(\dfrac{2(1+x^2) - 4x}{(1+x^2)^2}\right)^2}{1 - \dfrac{4x^2}{(1+x^2)^2}}$$

$$= \frac{\left(\dfrac{2(1+x^2) - 4x}{(1+x^2)^2}\right)^2}{\dfrac{(1+x^2)^2 - 4x^2}{(1+x^2)^2}}$$

$$= \left(\frac{2(1+x^2) - 4x}{(1+x^2)^2}\right)^2 \times \frac{(1+x^2)^2}{(1+x^2)^2 - 4x^2}$$

$$= \frac{\left(2(1+x^2)-4x\right)^2}{(1+x^2)^4} \times \frac{(1+x^2)^2}{(1+x^2)^2-4x^2}$$

$$= \frac{\left(2(1+x^2)-4x\right)^2}{(1+x^2)^2} \times \frac{1}{(1+x^2)^2-4x^2}$$

$$= \left(\frac{2(1+x^2)-4x}{1+x^2}\right)^2 \times \frac{1}{(1+x^2-4x)(1+x^2+4x)}$$

$$= \left(2-\frac{4x}{1+x^2}\right)^2 \times \frac{1}{(1+x^2-4x)(1+x^2+4x)}$$