

## Exercice Hiver 03

### Séries et espaces vectoriels

**Exercice 1** Déterminer la nature de la série de terme général  $u_n = \frac{1}{n^3+4+\frac{1}{2^n}}$ .

**Exercice 2** Dans  $\mathbb{R}^3$ , on pose  $u_1 = (1, -1, 2)$ ,  $u_2 = (1, 1, -1)$ ,  $u_3 = (-1, -5, 7)$ . On définit également

$$F = \text{Vect}(u_1, u_2, u_3)$$

$$G = \left\{ (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y + z = 0 \right\}.$$

1. Déterminer le rang de  $(u_1, u_2, u_3)$ . Cette famille est-elle libre? Génératrice?
2. Préciser la dimension de  $F$ .
3. Montrer que  $G$  est un sous-espace vectoriel de  $\mathbb{R}^3$ .
4. Déterminer une base de  $G$ .