$u_1 = (1,-1,2)$

$u_2 = (1,1,-1)$

$u_3 = (-1,-5,7)$

On observe que u_3 est une combinaison linéaire des vecteurs de u_2.

$$F = \text{Vect}\left(\begin{pmatrix}1\\-1\\2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}1\\1\\-1\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}-1\\-5\\7\end{pmatrix}\right) \quad ✓$$

Les opérations élémentaires ne modifient pas....

$$= \text{Vect}\left(\begin{pmatrix}1\\-1\\2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\2\\-3\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\-6\\9\end{pmatrix}\right) \quad \begin{matrix} C_2 \leftarrow C_2 - C_1 \\ C_3 \leftarrow C_3 + C_1 \end{matrix} \quad ✓$$

$$= \text{Vect}\left(\begin{pmatrix}1\\-1\\2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\2\\-3\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\0\\0\end{pmatrix}\right) \quad C_3 \leftarrow C_3 + 3C_2 \quad ✓$$

$$= \text{Vect}\left(\begin{pmatrix}1\\-1\\2\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}0\\2\\-3\end{pmatrix}\right)$$

Donc seul $\boxed{\text{la famille } (u_1, u_2) \text{ est libre}}$

Ce n'est pas vraiment la question...

2. $\dim(F) = \dim(\text{Vect}(u_1, u_2, u_3))$ $\boxed{= 2}$ OK

3. On pose $x_1 = 0$, $y_1 = 0$, $z_1 = 0$. $G \subset \mathbb{R}^3$

$x_1 + y_1 + z_1 = 0$ donc...

Soit $(\lambda, \mu) \in \mathbb{R}^2$, on a : et $\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\x_3\end{pmatrix} \in G$, $\begin{pmatrix}y_1\\ \vdots\end{pmatrix} \in G$

$\lambda x + \mu x_1 + \lambda y + \mu y_1 + \lambda z + \mu z_1$

$= \lambda(x+y+z) + \mu(x_1 + y_1 + z_1)$

$= 0.$

~~Donc~~ G est bien un sous espace vectoriel.

Non à revoir.

4. Pour déterminer une base de G

Soit $B \in G$.

On sait que $x+y+z=0$

Donc $x = -y-z$ oui $\Leftrightarrow \begin{pmatrix} -y-z \\ y \\ z \end{pmatrix} = y\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + z\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ ✓ $= \cancel{B}$

Revoir la défintion de B

Donc B est libre et génératrice. A démontrer !

Cela peut donc être une base de G.