

Exercice Hiver 07

Séries et espaces vectoriels

Exercice 1 Déterminer la nature de la série de terme général $u_n = \frac{1}{\ln^3(n)}$.
On pourra regarder la limite de nu_n quand n tend vers $+\infty$.

Exercice 2 Dans $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ avec $n \in \mathbb{N}^*$, on fixe $A \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ et on pose

$$F = \{ M \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R}) \mid AM = MA \}.$$

1. Démontrer que F est un sous-espace vectoriel de $\mathcal{M}_n(\mathbb{R})$.
2. Si $n = 2$ et $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$, montrer que $F = \text{Vect}(I_2, A)$.