

## Exercice Hiver 08

### Séries et analyse asymptotique

**Exercice 1** Soient  $a \in \mathbb{R}$  et  $f : x \mapsto \cos(e^x) + a \tan\left(\frac{x}{1+x}\right)$ .

1. Déterminer le développement limité à l'ordre 3 de  $f$  en 0.
2. A l'aide de la proposition IV.7 du chapitre 12, déterminer l'unique valeur de  $a$  pour que 0 soit un extremum de  $f$  et préciser alors la nature de cet extremum (maximum ou minimum).

**Exercice 2** Déterminer la nature de la série de terme général  $u_n = \frac{n^2}{2^n}$ .