

Exercice Noël 03

Analyse asymptotique

Exercice 1 Soit $f : x \mapsto \ln(\sqrt{1+x^2} + x)$.

1. Montrer que f est définie sur \mathbb{R} et est impaire.
2. (a) Justifier, **sans le calculer**, que f admet un développement limité à l'ordre 4 en 0. On le note $f(x) \underset{x \rightarrow 0}{=} a_0 + a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + a_4x^4 + o(x^4)$.
(b) Toujours sans calcul, préciser la valeur de a_0 , a_2 et a_4 .
3. Calculer le développement limité de f à l'ordre 4 en 0.
4. Sans calculer f' , déterminer le développement limité de f' à l'ordre 3.
5. (a) Calculer f' .
(b) Retrouver alors le résultat de la question 4