

## Exercice Printemps 02

### Représentation matricielle et calcul algébrique

**Exercice 1** Soit  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$  et  $g$  l'endomorphisme canoniquement associé.

1. Calculer  $g((1, 1, 1))$ .
2. Déterminer le rang de  $A$ .
3. En déduire l'image et le noyau de  $A$ .

**Exercice 2** Soit  $n \in \mathbb{N}$ . Calculer

$$S_n = \sum_{i=0}^n 2^i \sum_{k=i}^n \binom{n+1}{k}.$$