

Exercice Printemps 08

Intégration / Analyse asymptotique

Exercice 1 A l'aide de l'inégalité de Taylor-Lagrange, démontrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$ la série exponentielle converge vers e^x .

Exercice 2 Soit $a \in \mathbb{R}_+$. Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, on pose $u_n = \ln \left(1 + \sqrt{\frac{n+a}{n}} - n \arctan \left(\frac{1}{n} \right) \right)$.

1. Déterminer, suivant la valeur de a , un équivalent de u_n quand $n \rightarrow +\infty$.
2. En déduire, la nature de $\sum_{n \in \mathbb{N}^*} u_n$.