

Exercice Printemps 09

Représentation matricielle / Continuité-dérivabilité

Exercice 1 On poursuit l'exercice 5 de samedi (et donc le 2 de mercredi).

1. Montrer que f est un projecteur. *On utilisera la matrice A bien sûr!*
2. Que dire des espaces $\text{Im}(f)$ et $\text{Ker}(f)$?
3. En déduire qu'il existe \mathcal{B} une base de $\mathbb{R}_2[X]$ que l'on déterminera telle que $\text{mat}_{\mathcal{B}}(f)$ est diagonale.

Exercice 2 On pose lorsque c'est possible

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2}{\ln(|x|)} \cos\left(\frac{1}{x}\right) & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

1. Déterminer l'ensemble de définition de f .
2. Etudier la parité de f .
3. Montrer que f est continue en 0.
4. La fonction f est-elle dérivable en 0? \mathcal{C}^1 ?