

Exercice Printemps 10

Probabilités / Polynômes

Exercice 1 Soit $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$. Une urne contient n boules numérotées de 1 à n . On tire successivement et sans remise trois boules dans cette urne. On note X le numéro de la première boule, Y celui de la deuxième et Z celui de la troisième.

1. Calculer la probabilité d'obtenir dans cet ordre les numéros 1, 2 puis 3.
2. Calculer $\mathbb{P}(Y \geq X + 1)$.

Exercice 2

1. Déterminer la forme polaire de $1 + j$.
2. En déduire une condition nécessaire et suffisante sur n pour que j soit une racine de $(1 + X^4)^n - X^n$.
3. Montrer que sous cette condition, $X^2 + X + 1$ divise $(1 + X^4)^n - X^n$ dans $\mathbb{C}[X]$.