

TD0

Révisions de calculs

Exercice 1 Simplifier les expressions suivantes :

$$\begin{aligned}
 1. A &= \frac{2}{3} - \frac{5}{12} + \frac{1}{9} - \frac{5}{6}. & 2. B &= \frac{\frac{\frac{2}{3}+2}{\frac{4}{3}-\frac{5}{6}} - \frac{1}{5}}{\frac{1}{\frac{2}{3}-\frac{3}{2}}}. & 3. C &= \frac{2^5 \times 25 \times 3^{-4} \times 36}{3^8 \times 15 \times 100}. \\
 4. D &= \frac{3\sqrt{72}}{2\sqrt{162}}. & 5. E &= \frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{3}+1}. & 6. F &= \sqrt{\frac{17}{18} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2}} \\
 7. G &= \left(\sqrt{2}^{\sqrt{2}}\right)^{\sqrt{2}}. & 8. H &= (\sqrt{2} + 5\sqrt{3})(2 - \sqrt{3}).
 \end{aligned}$$

Exercice 2 Soit $x \in \mathbb{R}$. Développer les expressions suivantes.

$$\begin{aligned}
 1. A &= (x^2 - 2)^2. & 2. B &= (3x + 1)^4. & 3. D &= (2x^2 - x + 1)^2. \\
 4. E &= (x^2 + 2x + 2)^3. & 5. F &= (x + y + z + t)^2.
 \end{aligned}$$

Exercice 3 Soit $x \in \mathbb{R}$. Factoriser les expressions suivantes.

$$\begin{aligned}
 1. A &= 2x^2 - 12x + 18. & 2. B &= 4x^2 - 16. \\
 3. C &= (2x - 6)(x + 2) - (x + 1)(x - 3) + 2x(3 - x). \\
 4. D &= (2x + 1)^3 + (2x + 1)^2 + 2x + 1. & 5. E &= (x + 1)^2 - 4x. \\
 6. H &= x^4 - 2x^2 - 3.
 \end{aligned}$$

Exercice 4 Soit $a \in \mathbb{R}$. Simplifier les calculs suivants.

$$\begin{aligned}
 1. A &= \sqrt[3]{5^{12}}. & 2. B &= \sqrt[4]{27} \sqrt[4]{3}. & 3. C &= \sqrt[5]{a^3 \sqrt[3]{a}}. \\
 4. D &= \sqrt[4]{8} \sqrt[4]{2}. & 5. E &= \sqrt[3]{\frac{1}{3}} \sqrt[3]{\frac{1}{9}}. & 6. F &= \sqrt{12} \sqrt{3}. \\
 7. G &= \sqrt[3]{2} \sqrt[3]{4}. & 8. H &= \sqrt[8]{81} \sqrt[8]{27} \sqrt[8]{3}. & 9. I &= \sqrt[14]{4^7}. \\
 10. J &= \sqrt{\sqrt{16}}. & 11. K &= \sqrt[7]{\sqrt{7^7}}. & 12. L &= \sqrt[3]{\sqrt{3^6}}.
 \end{aligned}$$

Exercice 5 Soit $x \in \mathbb{R}$, simplifier les expressions suivantes :

$$\begin{aligned}
 1. A &= e^x e^{-x}. & 2. B &= e^x + 3e^x. & 3. C &= (e^x)^3 e^{-2x}. \\
 4. D &= \frac{e^{3x}}{(e^x)^2}. & 5. E &= e^{3x+2} e^{1-2x}. & 6. F &= \frac{e^{2x+1}}{e^{-2x}}. \\
 7. G &= \frac{e^{3x-1}}{e^{2-x}}. & 8. H &= \sqrt{3e^{-x} + 6e^{-x}}. & 9. I &= \sqrt{\frac{2e^{3x+1}}{e^{2x-1}}}.
 \end{aligned}$$

Exercice 6 Exprimer en fonction de $\ln(2)$ et $\ln(3)$ les expressions suivantes :

$$\begin{aligned}
 1. A &= \frac{1}{2} \ln(16). & 2. B &= \ln\left(\frac{1}{2}\right). & 3. C &= \ln(36) - 2\ln(3). \\
 4. D &= 2\ln\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right). & 5. E &= \ln(21) + 2\ln(14) - 3\ln(0,875).
 \end{aligned}$$

Exercice 7 Pour chacune des fractions suivantes, décrire l'ensemble des valeurs possibles dans $\mathbb{R}$ des paramètres puis rendre le dénominateur rationnel.

$$\begin{aligned}
 1. A &= \frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1}}. & 2. B &= \frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{b} + \sqrt{a+b}}. & 3. C &= \frac{1}{\sqrt[3]{2}-1}. \\
 4. D &= \frac{1}{\sqrt[3]{2}+2}. & 5. E &= \frac{1}{\sqrt[4]{2}-1}. & 6. F &= \frac{1}{\sqrt[3]{x+1} - \sqrt[3]{x-1}}.
 \end{aligned}$$

Exercice 8 Pour chacune des fonctions, déterminer son domaine de dérivabilité et calculer sa dérivée.

$$\begin{aligned}
 1. f_1 : x &\mapsto (4 - 3x)^3. & 2. f_2 : x &\mapsto (2x - 1)^2 (4 - 3x)^3. \\
 3. f_3 : x &\mapsto \frac{3}{(x^2+1)^2}. & 4. f_4 : x &\mapsto \frac{(3x-2)^3}{(1-2x)^2}. \\
 5. f_5 : x &\mapsto \frac{\sqrt{x}}{(3+2\sqrt{x})^2}. & 6. f_6 : x &\mapsto \frac{x(\sqrt{x}+1)}{(2x^2+1)^3}. \\
 7. f_7 : x &\mapsto \cos^2(x). & 8. f_8 : x &\mapsto (1 + \tan(x))^2. \\
 9. f_9 : x &\mapsto \frac{1}{(2-\cos(3x))^2}. & 10. f_{10} : x &\mapsto \tan^2\left(3x + \frac{\pi}{3}\right). \\
 11. f_{11} : x &\mapsto \sqrt{4x^2 - 3x - 1}. & 12. f_{12} : x &\mapsto \sqrt{\sin(x)}. \\
 13. f_{13} : x &\mapsto \frac{\frac{x-1}{e^{\frac{x+2}{2}}} - 1}{3e^x + 2}. & 14. f_{14} : x &\mapsto \frac{e^{\frac{1}{x}}}{\sqrt{2e^x + 1}}. \\
 15. f_{15} : x &\mapsto \ln(\ln(x)). & 16. f_{16} : x &\mapsto \ln\left(\frac{1-x}{3-2x}\right).
 \end{aligned}$$

Exercice 9 Calculer les limites suivantes :

$$\begin{aligned}
 1. \lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x < 1}} \frac{2-x}{x^2-1}. & 2. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x}+2}{x+1}. & 3. \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x \neq 0}} \frac{e^{2x}-1}{x}. \\
 4. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x - x}{x^2 + 3}. & 5. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x + 5}{2e^x + e^{-x}}. & 6. \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} \frac{-1}{\ln(x) - 1}. \\
 7. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \ln(x^3)}{x^2 + 1}. & 8. \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{x} + \frac{x^2 - 1}{2x}.
 \end{aligned}$$