

## Interrogation 12

### Calcul dans R et matriciel

**Nom/Prénom :**

**Note :**

1. (a) Donner une condition suffisante à l'existence de la borne supérieure, inférieure.

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

- (b) Traduire le fait que  $\mathbb{Q}$  ou  $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$  est dense dans  $\mathbb{R}$ .

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

- (c) Enoncer la croissance comparée du logarithme en  $+\infty$ /en 0, de l'exponentielle en  $-\infty$ /en  $+\infty$ .

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....



2. Soit  $A = (a_{i,j})_{i,j \in \llbracket 1;3 \rrbracket}$  telle que  $\forall i \in \llbracket 1;3 \rrbracket$ ,  $a_{i,i} = i^2$ ,  $\forall i \in \llbracket 1;2 \rrbracket$ ,  $a_{i,i+1} = -1$ ,  $a_{i+1,i} = i + 1$ . Sinon,  $a_{i,j} = 0$ .  
Préciser  $A$  puis calculer  $A^2$ .

3. Résoudre dans  $\mathbb{R}$ , l'inéquation  $(I)$  :  $\sqrt{2x^2 + x + 1} < 2x + 1$ .

4. Soit  $(A, B) \in \mathcal{P}(\mathbb{R})^2$  tel que  $B$  soit majorée,  $A$  non vide et  $A \subseteq B$ . Justifier que  $\sup(A)$  et  $\sup(B)$  existent et montrer que  $\sup(A) \leq \sup(B)$ .

5. Résoudre sur  $\mathbb{R}_+^*$  l'équation  $(E)$  :  $xy''(x) - (12x^3 + 2)y'(x) + 45x^5y(x) = 0$ . Indication : poser  $t = x^3$ .