Interrogation 06
Calcul algébrique

Nom/Prénom :

Note :

1. (a) Définir le coefficient binomial.

 . . . .
 . . . .
 . . . .
 . . . .
 . . . .
 . . . .
 . . . .
 . . . .
 . . . .
 . . . .
 . . . .
 . . . .

 (b) Enoncer la formule de Pascal.

 . . . .
 . . . .
 . . . .
 . . . .
 . . . .
 . . . .
 . . . .
 . . . .
 . . . .
 . . . .
 . . . .

2. Soit $n \in \mathbb{N}$, $n \geqslant 2$. Calculer $S_n = \displaystyle\sum_{k=3}^{n+1} 2^k 3^{n-k}$.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

3. Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Calculer $S_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} \left(\ln(n+3-k) - \ln(k)\right)$.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

4. Soit $n \in \mathbb{N}$. Calculer $S_n = \displaystyle\sum_{0 \leqslant k, l \leqslant n} \binom{n}{k} \cos\left((k+l)\frac{\pi}{3}\right)$.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

5. Soient $n \in \mathbb{N}$. Calculer $V_n = \displaystyle\sum_{0 \leqslant l \leqslant k \leqslant n} 2^k \binom{k}{l}$.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

6. **Bonus : à ne faire que s'il vous reste du temps.** Démontrer que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$,
$\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{(-1)^{k+1}}{k} \binom{n}{k} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k}$.