Interrogation 11 d'entrainement
Equations différentielles d'ordre 2 et calcul dans $\mathbb{R}$

1. **Restituer le cours.**
   1.1 Enoncer le principe de superposition à l'ordre 2.
   1.2 Enoncer la définition et propriété d'un problème de Cauchy à l'ordre 2.
   1.3 Donner la définition d'une partie majorée, minorée, bornée.
   1.4 Caractériser avec la valeur absolue le fait qu'une partie soit bornée.
   1.5 Donner la définition d'un maximum, d'un minimum d'une partie.
   1.6 Donner la définition de la borne supérieure, de la borne inférieure.

   Révisions

   1.6 Donner la somme des premiers entiers, de leurs carrés, de leurs cubes.
   1.7 Donner la somme géométrique.
   1.8 Enoncer la formule de Bernoulli.
   1.9 Enoncer la formule du binôme de Newton.
   1.10 Définir le coefficient binomial.
   1.11 Enoncer la formule de Pascal.
2. **Manipuler la valeur absolue dans des inéquations.**
   2.1 Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $|2x-4| \leqslant |x-1|$.
   2.2 Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $\ln(|x-1|) - 2\ln(|x|) + \ln(|x+1|) < 1$.
   2.3 Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $\sqrt{|x^2-1|} \leqslant x-5$.
   2.4 Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $|2x-3| + |3-x| - |x-7| \leqslant 2$.
   2.5 Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation $\left|x^2-8x+11\right| \leqslant 4$.
3. **Savoir déterminer les solutions d'une équation homogène d'ordre 2.**
   3.1 Déterminer les solutions de l'équation $(\mathscr{P})$ suivante d'inconnue y une fonction deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$:
   $$(\mathscr{P}) \qquad \begin{cases} \forall t \in \mathbb{R}, \quad y''(t) + 2y'(t) - 15y(t) = 0 & (E_0) \\ y(0) = y'(0) = 8. \end{cases}$$
   3.2 Déterminer les solutions de l'équation $(\mathscr{P})$ suivante d'inconnue y une fonction deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$:
   $$(\mathscr{P}) \qquad \begin{cases} \forall t \in \mathbb{R}, \quad y''(t) + y'(t) + \frac{5}{2}y(t) = 0 & (E_0) \\ y(\pi) = -\mathrm{e}^{-\frac{\pi}{2}} \text{ et } y'(\pi) = \frac{7}{2}\mathrm{e}^{-\frac{\pi}{2}}. \end{cases}$$
   3.3 Déterminer les solutions de l'équation $(\mathscr{P})$ suivante d'inconnue y une fonction deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$:
   $$(\mathscr{P}) \qquad \begin{cases} \forall t \in \mathbb{R}, \quad y''(t) - 16y'(t) + 64y(t) = 0 & (E_0) \\ y(1) = y'(1) = \mathrm{e}^2. \end{cases}$$
   3.4 Déterminer les solutions de l'équation $(\mathscr{P})$ suivante d'inconnue y une fonction deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$:
   $$(\mathscr{P}) \qquad \begin{cases} \forall t \in \mathbb{R}, \quad y''(t) - 3y'(t) + (3-i)\,y(t) = 0 & (E_0) \\ y(0) = 1 \text{ et } y'(0) = 1+2i. \end{cases}$$
   3.5 Déterminer les solutions de l'équation $(\mathscr{P})$ suivante d'inconnue y une fonction deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$:
   $$(\mathscr{P}) \qquad \begin{cases} \forall t \in \mathbb{R}, \quad y''(t) + (1+i)\,y'(t) + iy(t) = 0 & (E_0) \\ y(0) = 2 \text{ et } y'(0) = 0. \end{cases}$$

4. **Savoir déterminer une solution particulière.**
   4.1 Déterminer une solution de l'équation (E) suivante d'inconnue y une fonction deux fois dérivable : $(E) : \forall t \in \mathbb{R}, \quad y''(t) + 4y'(t) + 4y(t) = (t+1)\,\mathrm{e}^{2t}$.
   4.2 Déterminer une solution de l'équation (E) suivante d'inconnue y une fonction deux fois dérivable : $(E) : \forall t \in \mathbb{R}, \quad y''(t) + y'(t) - 2y(t) = 9\,\mathrm{e}^{t}$.
   4.3 Déterminer une solution de l'équation (E) suivante d'inconnue y une fonction deux fois dérivable : $(E) : \forall t \in \mathbb{R}, \quad y''(t) - 3y'(t) + 2y(t) = 4t^3 - 6t + 4$.
   4.4 Déterminer une solution de l'équation (E) suivante d'inconnue y une fonction deux fois dérivable : $(E) : \forall t \in \mathbb{R}, \quad y''(t) - 4y'(t) + 4y(t) = 5\,\mathrm{e}^{2t}$.
   4.5 Déterminer une solution de l'équation (E) suivante d'inconnue y une fonction deux fois dérivable : $(E) : \forall t \in \mathbb{R}, \quad y''(t) + 4y(t) = (t+1)\cos(2t)$.
5. **Calcul d'équivalents.**
   5.1 Calculer un équivalent simple en 0 de $f : x \mapsto \sin\left(3x^5 - \mathrm{sh}^2(x) + \mathrm{e}^x - 1\right)$.
   5.2 Calculer un équivalent simple en $+\infty$ de $f : x \mapsto \sin\left(\mathrm{e}^{2x}\right) + x^{\ln(x)} + 5\,\mathrm{e}^x + 3\,\mathrm{ch}(x)$.
   5.3 Calculer un équivalent simple en $+\infty$ de $f : x \mapsto \mathrm{e}^{x^2+5x+3+\frac{7}{x}-\frac{1}{x^2}}$.
   5.4 Calculer un équivalent simple en 0 de $f : x \mapsto \arctan\left(\sqrt{x+x^5} + \frac{\sin(x)}{5} + \frac{\cos(x)}{2} + \frac{\tan(x)}{3} + \frac{\mathrm{e}^x}{2}\right)$.
   5.5 Calculer un équivalent simple en 0 de $f : x \mapsto \left(\arcsin\left(x^2\right) + \tan^3(x) + x\cos(x)\right)^5$.
   5.6 Calculer un équivalent simple en $+\infty$ de $f : x \mapsto \frac{\arcsin(x)+\mathrm{e}^{-x}+\frac{5}{x}}{x^2+\ln^7(x)+x^{\frac{1}{x}}}$.