

Interrogation de révision 05
d'entraînement
Equations différentielles d'ordre II et
calcul dans \mathbb{R}

1. Restituer le cours : équations différentielles d'ordre II

- 1.1 Énoncer le principe de superposition à l'ordre 2.
- 1.2 Énoncer la définition et propriété d'un problème de Cauchy à l'ordre 2.
- 1.3 Donner la définition d'une partie majorée, minorée, bornée.
- 1.4 Caractériser avec la valeur absolue le fait qu'une partie soit bornée.
- 1.5 Donner la définition d'un maximum, d'un minimum d'une partie.
- 1.6 Donner la définition de la borne supérieure, de la borne inférieure.

2. Restituer le cours : calculs dans \mathbb{R} et matrices

- 2.1 Donner la définition de la borne inférieure, supérieure d'une partie.
- 2.2 Donner une condition suffisante à l'existence de la borne supérieure, inférieure.
- 2.3 Donner la définition d'un intervalle.
- 2.4 Définir la partie entière.
- 2.5 Traduire le fait que \mathbb{Q} ou $\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}$ est dense dans \mathbb{R} .
- 2.6 Donner la caractérisation de l'inversibilité (et non la définition : cf théorème II.4)
- 2.7 Énoncer la formule de Bernoulli et du binôme de Newton pour deux matrices.
- 2.8 Énoncer la proposition donnant l'inverse du produit.

3. Equation différentielle homogène d'ordre 2

- 3.1 Déterminer les solutions de l'équation (\mathcal{P}) suivante d'inconnue y une fonction deux fois dérivable sur \mathbb{R} :

$$(\mathcal{P}) \quad \begin{cases} \forall t \in \mathbb{R}, & y''(t) + 2y'(t) - 15y(t) = 0 \\ y(0) = y'(0) = 8. \end{cases} \quad (E_0)$$

- 3.2 Déterminer les solutions de l'équation (\mathcal{P}) suivante d'inconnue y une fonction deux fois dérivable sur \mathbb{R} :

$$(\mathcal{P}) \quad \begin{cases} \forall t \in \mathbb{R}, & y''(t) + y'(t) + \frac{5}{2}y(t) = 0 \\ y(\pi) = -e^{-\frac{\pi}{2}} \text{ et } y'(\pi) = \frac{7}{2}e^{-\frac{\pi}{2}}. \end{cases} \quad (E_0)$$

- 3.3 Déterminer les solutions de l'équation (\mathcal{P}) suivante d'inconnue y une fonction deux fois dérivable sur \mathbb{R} :

$$(\mathcal{P}) \quad \begin{cases} \forall t \in \mathbb{R}, & y''(t) - 16y'(t) + 64y(t) = 0 \\ y(1) = y'(1) = e^2. \end{cases} \quad (E_0)$$

- 3.4 Déterminer les solutions de l'équation (\mathcal{P}) suivante d'inconnue y une fonction deux fois dérivable sur \mathbb{R} :

$$(\mathcal{P}) \quad \begin{cases} \forall t \in \mathbb{R}, & y''(t) - 3y'(t) + (3 - i)y(t) = 0 \\ y(0) = 1 \text{ et } y'(0) = 1 + 2i. \end{cases} \quad (E_0)$$

- 3.5 Déterminer les solutions de l'équation (\mathcal{P}) suivante d'inconnue y une fonction deux fois dérivable sur \mathbb{R} :

$$(\mathcal{P}) \quad \begin{cases} \forall t \in \mathbb{R}, & y''(t) + (1 + i)y'(t) + iy(t) = 0 \\ y(0) = 2 \text{ et } y'(0) = 0. \end{cases} \quad (E_0)$$

4. Inéquations avec valeurs absolues

- 5.1 Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation $|2x - 4| \leq |x - 1|$.
- 5.2 Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation $\ln(|x - 1|) - 2 \ln(|x|) + \ln(|x + 1|) < 1$.
- 5.3 Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation $\sqrt{|x^2 - 1|} \leq x - 5$.
- 5.4 Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation $|2x - 3| + |3 - x| - |x - 7| \leq 2$.
- 5.5 Résoudre dans \mathbb{R} l'inéquation $|x^2 - 8x + 11| \leq 4$.