

Interrogation de révision 06 d'entraînement Matrices et analyse asymptotique

1. Restituer le cours : matrices

- 1.1 Énoncer la propriété donnant la transposée du produit.
- 1.2 Définir une matrice symétrique/antisymétrique.
- 1.3 Énoncer les opérations élémentaires.
- 1.4 A l'aide des opérations élémentaires donner la caractérisation de l'inversibilité d'une matrice.
- 1.5 Énoncer la proposition reliant l'équivalence et la négligeabilité entre deux fonctions (Prop II.3).
- 1.6 Si deux fonctions sont équivalentes, que dire de leur comportement asymptotique? (Prop II.4)
- 1.7 Enumérer les opérations qu'il est possible de faire sur les équivalents et celles que l'on sait fausses en général.

2. Restituer le cours : analyse asymptotique

- 2.1 Enumérer les opérations qu'il est possible de faire sur les équivalents et celles que l'on sait fausses en général.
- 2.2 Énoncer le théorème d'encadrement des équivalents.
- 2.3 Donner une condition nécessaire à l'existence d'un développement limité à l'ordre n . Préciser le cas $n = 0$ et $n = 1$.
- 2.4 Énoncer l'unicité du développement limité.
- 2.5 Énoncer la propriété permettant de primitiver un développement limité.
- 2.6 Énoncer la formule de Taylor-Young.

3. Puissances d'une matrice

3.1 Soit $\theta \in \mathbb{R}$. On pose $A(\theta) = \begin{pmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) \\ \sin(\theta) & -\cos(\theta) \end{pmatrix}$. Calculer pour tout $p \in \mathbb{N}$, $A(\theta)^p$.

3.2 On pose $A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & i \\ i & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}$. Calculer pour tout $p \in \mathbb{N}$, A^p .

3.3 On pose $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$. Calculer pour tout $p \in \mathbb{N}$, A^p .

3.4 Soit $B \in \mathcal{M}_n(\mathbb{R})$ telle que $B^2 = B$. On pose $A = 2I_n - B$, calculer pour tout $p \in \mathbb{N}$, A^p .

3.5 Soit $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Calculer pour tout $p \in \mathbb{N}$, A^p .

4. Calculer un DL

5.1 Calculer un développement à l'ordre 3 en 0 de $f : x \mapsto \frac{e^x - 1}{\sqrt{1+x}}$.

5.2 Calculer un développement à l'ordre 6 en 0 de $f : x \mapsto (\operatorname{ch}(x) - \cos(x))(\operatorname{sh}(x) - \sin(x))$.

5.3 Calculer un développement à l'ordre 4 en $+\infty$ de $f : x \mapsto \frac{e^{-\frac{1}{x}}}{2+x}$.

5.4 Calculer un développement à l'ordre 2 en $\frac{\pi}{4}$ de $f : x \mapsto e^x \cos(x)$.

5.5 Calculer un développement à l'ordre 3 en 0 de $f : x \mapsto \frac{\cos(x) - 1}{(1+x)^2}$.