Interrogation de révision 08 d'entrainement
Suites et polynômes

1. **Restituer le cours : suites**
   1.1 Donner la définition de deux suites adjacentes. Que peut-on en déduire ?
   1.2 Définir la convergence d'une suite complexe (définition IV.1).
   1.3 Donner une condition suffisante pour qu'une suite définie par récurrence $u_{n+1} = f(u_n)$ soit croissante et comment le démontre-t-on ?
   1.4 Donner la forme explicite d'une suite récurrente linéaire d'ordre 2.
   1.5 Donner la définition d'une suite extraite. Quand est-ce qu'une suite extraite converge-t-elle ?
2. **Restituer le cours : polynômes**
   2.1 Définir le polynôme dérivé.
   2.2 Enoncer la formule de Leibniz pour les polynômes.
   2.3 Enoncer les deux formules de Taylor pour les polynômes.
   2.4 Enoncer le théorème de la division euclidienne pour les polynômes.
   2.5 Définir une racine de multiplicité m.
   2.6 Caractériser la multiplicité à l'aide des dérivées.
3. **Donner une forme explicite**
   3.1 Donner une expression explicite de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $u_0 = -11$, $u_1 = -\frac{37}{3}$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $3u_{n+1} - 2u_n + 15 = 0$.
   3.2 Donner une expression explicite de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $u_0 = 0$, $u_1 = 3$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+2} = 2\sqrt{3}u_{n+1} - 4u_n$.
   3.3 Donner une expression explicite de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $u_0 = -1$, $u_1 = 8$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+2} = 10u_{n+1} - 25u_n + 48n - 24$. *On pourra poser pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n = u_n - 3n$.*
   3.4 On pose $f : x \mapsto x + 3$, $u_0 = 1$, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = f(u_n)$ et enfin pour tout $n \in \mathbb{N}$, $U_n = \sum_{k=0}^{n} u_k$. Donner une expression explicite de $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$.
   3.5 Donner une expression explicite de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $u_0 = \mathrm{e}^2$, $u_1 = \mathrm{e}^5$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+2} = \frac{u_{n+1}^5}{u_n^6}$. *On pourra poser pour tout $n \in \mathbb{N}$, $v_n = \ln(u_n)$.*
4. **Résoudre une équation polynomiale.**
   5.1 Résoudre dans $\mathbb{R}[X]$, $X^2P = P^2$.
   5.2 Résoudre dans $\mathbb{R}[X]$, $P'P'' = 6P$.
   5.3 Résoudre dans $\mathbb{R}[X]$, $\left(2X^2 + X + 1\right)P'' = (X + 1)P' + 2P$.
   5.4 Résoudre dans $\mathbb{R}[X]$, $P\left(X^3\right) = \left(X^2 + X + 1\right)P$
   5.5 Résoudre dans $\mathbb{R}[X]$, $P = P(X + 1)$.
   5.6 Soit $n \in \mathbb{N}^*$. Résoudre dans $\mathbb{R}[X]$, $P' + P = \frac{X^n}{n!}$.