

Exercice :

1 Soit $z \in \mathbb{C}$

$f(z)$ est existante $\Leftrightarrow z \neq 1$ ✓

$\Leftrightarrow z \neq 1$ ✓

donc f est définie sur $\mathbb{C} \setminus \{1\}$ ✓

$$D_f = \mathbb{C} \setminus \{1\}$$

$$2 \quad f(1) = \frac{1}{1-1} = \frac{1}{1-1} \cdot \frac{(1+i)}{(1+i)} \quad \checkmark$$

$$= \frac{1+i}{1+i} \quad \checkmark$$

la forme algébrique de $f(1)$ est :

$$f(1) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$$

$$\bullet |f(1)| = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \checkmark$$

$$\text{on a } f(1) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i \right)$$

$$= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\cos \frac{\pi}{4} + i \sin \frac{\pi}{4} \right)$$

$$f(1) = \frac{1}{\sqrt{2}} e^{i\pi/4} \quad \leftarrow \text{forme polaire} \quad \text{Giri}$$

$$3 \quad \text{on a } f^{-1}(\mathbb{R}) = \{z \in \mathbb{C} / f(z) \in \mathbb{R}\}$$

soit $z = x$

$$\text{Alors } f(x) = \frac{x}{x-1}$$

$$= \frac{(x+1)x}{x^2+1} = \frac{x^2+x}{x^2+1}$$