

Exercice Automne 11

Calcul algébrique

Exercice 1 Soient $n \in \mathbb{N}$ et $f : x \mapsto (1 + 2x)^n$.

1. Déterminer F une primitive de f sur $\mathbb{R}$.
2. Ecrire f sous la forme d'une somme puis en déduire une autre expression de F .
3. En déduire la somme

$$S_n = \sum_{k=0}^n \frac{2^k}{k+1} \binom{n}{k}.$$

4. En déduire pour tout $p \in \mathbb{N}$, la somme

$$T_n = \sum_{k=p+1}^{n+p} \frac{2^k}{k+1-p} \binom{n}{k-p}.$$