

Exercice Hiver 01

Ensembles et applications & fonctions usuelles

Exercice 1 Soit $f : \mathcal{D} \rightarrow \mathbb{C}$
 $z \mapsto \frac{2\bar{z}}{\bar{z}+i}$.

1. Déterminer $\mathcal{D} \subseteq \mathbb{C}$ le domaine de définition de f .
2. Démontrer que f est injective sur $\mathcal{D}$.
3. Résoudre, suivant les valeurs de $\omega \in \mathbb{C}$, les solutions $z \in \mathcal{D}$ vérifiant $f(z) = \omega$.
4. En déduire que f n'est pas surjective dans $\mathbb{C}$.

Exercice 2 Soit $(E) : \arctan(x-1) + \arctan(x+1) = \frac{\pi}{4}$.

1. Justifier que (E) admet une unique solution sur $\mathbb{R}$.
2. Déterminer l'unique solution de (E) .