

Exercice Hiver 02

Analyse asymptotique & Equations différentielles II

Exercice 1 Soit f la fonction définie pour tout $x > \frac{1}{\pi}$ par

$$f(x) = \sqrt{\frac{\ln^2\left(\frac{x+1}{x}\right)}{\sin^3\left(\frac{1}{x}\right)}}.$$

1. Déterminer un développement asymptotique à l'ordre $\frac{1}{x^{3/2}}$ de f en $+\infty$.
2. En déduire le comportement asymptotique de f en l'infini.

Exercice 2 Résoudre l'équation différentielle

$$(E) \quad \forall x \in \mathbb{R}, \quad 3y''(x) + 4y'(x) + \frac{1}{3}y(x) = x.$$