

Exercice Hiver 04

Continuité, dérivabilité & Matrices

Exercice 1 Soit f la fonction : $x \mapsto \frac{\cos(x)-1}{(e^x-1)x}$.

1. Déterminer l'ensemble de définition de f .
2. Montrer que f peut-être prolongée par continuité, on note encore f la fonction prolongée.
3. Montrer que la fonction prolongée est $\mathcal{C}^1$ sur son domaine de définition.

Exercice 2 Soient

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 1 \\ -2 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 2 & 4 & 3 \\ -2 & -3 & -2 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad C = A - B.$$

1. Calculer BC .
2. En déduire pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, A^n en fonction de B^n et C^n . *Interdit d'utiliser une récurrence.*