

Exercice Hiver 05

Ensemble et applications & Equations complexes

Exercice 1 Soient E un ensemble, $(A, B) \in \mathcal{P}(E)$ et

$$f : \begin{array}{ccc} \mathcal{P}(E) & \rightarrow & \mathcal{P}(A) \times \mathcal{P}(B) \\ X & \mapsto & (X \cap A, X \cap B). \end{array}$$

On suppose que $A \cup B = E$.

1. Montrer que pour tout $(X, Y) \in \mathcal{P}(E)^2$, si $X \cap A = Y \cap A$ et $X \cap B = Y \cap B$ alors $X = Y$.
2. En déduire que f est injective.

Exercice 2 Soient $n \in \mathbb{N}^*$ et $\theta \in \mathbb{R}$ tel que $\frac{n\theta}{2\pi} \notin \mathbb{Z}$. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation d'inconnue $z \in \mathbb{C}$ suivante

$$\left(\frac{z+1}{z-1} \right)^n = e^{in\theta}.$$