

Exercice Hiver 07

Suites & Calcul algébrique

Exercice 1 On considère la fonction $f : x \mapsto \tan(x) - x$ et on pose pour tout $n \in \mathbb{N}$, $I_n =]n\pi - \frac{\pi}{2}; n\pi + \frac{\pi}{2}[$.

1. Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$, il existe un unique $x_n \in I_n$ tel que $f(x_n) = 0$.
2. Déterminer la limite de $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$.
3. Préciser la monotonie de $(x_n)_{n \in \mathbb{N}}$.
4. Montrer que $x_n \underset{n \rightarrow +\infty}{\sim} n\pi$.

Exercice 2 Soit $n \in \mathbb{N}$. Calculer $S_n = \sum_{0 \leq i \leq k \leq n} \left[\binom{n+1}{k} - \binom{n+1}{k+1} \right]$.