

## Exercice Hiver 10

### Analyse asymptotique & Bijection

**Exercice 1** Soit  $f : x \mapsto \frac{x^2}{x+1} \arctan(x)$ .

1. Déterminer la tangente en 0 de la courbe de  $f$  et la position relative de la courbe de  $f$  par rapport à cette tangente.
2. Déterminer l'asymptote si elle existe en  $+\infty$  de la courbe de  $f$  et la position relative de la courbe de  $f$  par rapport à asymptote.

**Exercice 2** Soit  $f : x \mapsto e^x - x$ .

1. Préciser le comportement asymptotique de  $f$  au bord de son domaine de définition.
2. Dresser le tableau de variation complet de  $f$ .
3. Justifier qu'il existe un unique  $\alpha \in \mathbb{R}_-$  tel que  $f(\alpha) = e - 1$ .
4. Déterminer  $J = f(\mathbb{R}_+)$  et  $f^{\leftarrow}([0; e - 1])$ .
5. Soit  $g$  la restriction de  $f$  de  $\mathbb{R}_+$  dans  $J$ . Montrer que  $g$  définit une bijection.
6. Montrer que  $g^{-1}$  est dérivable sur un sous-ensemble  $J'$  de  $J$  et pour tout  $y \in J'$  exprimer  $(g^{-1})'(y)$  en fonction de  $g^{-1}(y)$ .