

## Exercice Hiver 11

### Suites & Trigonométrie

**Exercice 1** On reprend l'exercice Hiver 07. On pose pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $y_n = x_n - n\pi$ .

1. Montrer que la suite  $(y_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est bornée.
2. Calculer pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $f(y_n)$ .
3. En déduire que la suite  $(y_n)_{n \in \mathbb{N}}$  est strictement croissante.
4. En déduire que  $(y_n)_{n \in \mathbb{N}}$  converge et préciser sa limite.
5. Conclure que  $x_n \underset{n \rightarrow +\infty}{=} n\pi + \frac{\pi}{2} + o(1)$ .

**Exercice 2** On considère la fonction  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  définie pour tout  $x \in \mathbb{R}$ ,

$$f(x) = 3 \cos(x) - 2 \sin(x) + 1.$$

1. Etudier la parité et la périodicité de  $f$ .
2. Montrer que la fonction  $f$  est bornée.
3. Justifier qu'il existe  $a \in \mathbb{R}$  tel que  $\cos(a) = \frac{3}{\sqrt{13}}$  et  $\sin(a) = \frac{2}{\sqrt{13}}$ .
4. En déduire que  $f$  admet un maximum et un minimum et déterminer les valeurs de ces extremums.