

Interrogation 01

Logique et raisonnement

Nom/Prénom :

Note :

1. (a) Énoncer les lois de Morgan.

.....

.....

.....

.....

.....

- (b) Compléter le plus précisément possible avec les symboles $\Rightarrow$, $\Leftarrow$, $\Leftrightarrow$ ou $\times$ (lorsqu'aucun des précédents symboles ne fonctionne) les phrases suivantes. Soient $t \in \mathbb{R}$, $(a, b) \in \mathbb{R}^2$, $(x, y) \in (\mathbb{R}_+^*)^2$, $p \in \mathbb{Z}$ et $f \in \mathcal{F}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$.

1.1 $(t^3 = 27)$ $(t = 3)$

$$1.2 \quad (a^2 + b^2 = 2) \quad \dots\dots\dots \begin{cases} a \in \{-1; 1\} \\ b \in \{-1; 1\} \end{cases}$$

1.3 $(x = y) \quad \dots\dots\dots (p \ln(x) - \ln(y^p) = 0)$

1.4 (f est croissante sur $\mathbb{R}$) (f est dérivable sur $\mathbb{R}$)

2. Soient $(a, b, A) \in \mathbb{R}^3$, $a < b$ et $f \in \mathcal{F}([a; b], \mathbb{R})$. Enoncer la réciproque, la contraposée et la négation de l'implication suivante :

$$\begin{cases} f(a) \leq A \leq f(b) \\ f \text{ continue sur } [a; b] \end{cases} \Rightarrow \exists c \in [a; b], A = f(c).$$

This image shows a full page of white paper with horizontal dashed lines, typical of primary school writing paper. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

3. Soit $f \in \mathcal{F}(\mathbb{R}, \mathbb{R})$. Ecrire avec un ou des quantificateurs le fait que si deux réels ont la même image par f alors ils sont égaux puis sa négation.

[illegible]

4. Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}} \in \mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ la suite définie par $u_0 = 0$, $u_1 = 1$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+2} = 3u_{n+1} - 2u_n$. Montrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = 2^n - 1$.

[illegible]

5. Déterminer l'ensemble des réels $x \in \mathbb{R}$ tels que $\sqrt{2x^2 + x - 1} = x + 1$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....