Exercice Automne 08
Bijections

Exercice 1 Soit $f : \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \mapsto & 4-(x+1)^2 \end{array}$.

1. La fonction f est-elle injective ? Surjective ? Justifier.
2. Déterminer $f(\mathbb{R})$, $f(\mathbb{R}_-^*)$, $f([0;1])$.
3. Déterminer $f^{\leftarrow}(\mathbb{R})$, $f^{\leftarrow}(\mathbb{R}_-^*)$, $f^{\leftarrow}([0;1])$.
4. Montrer que f définit une bijection sur $I = [-1;+\infty[$ dans un intervalle J à préciser. On note φ la restriction de f de I dans J.
5. Calculer φ^{-1}.