

Exercice Automne 10

Complexes

Exercice 1 Soit f la fonction complexes définie par $f : z \mapsto \frac{z}{z-i}$.

1. Préciser le domaine de définition de f .
2. Soit $\theta \in [-\pi; \pi] \setminus \{\frac{\pi}{2}\}$. A l'aide d'une factorisation par l'angle moitié, montrer que

$$f(e^{i\theta}) = \frac{e^{i(\frac{\theta}{2} - \frac{3\pi}{4})}}{2 \sin\left(\frac{\theta}{2} - \frac{\pi}{4}\right)}$$

3. Calculer $f^{\leftarrow}(i\mathbb{R})$.